ある財の逆需要関数が、

$$p = 60 - Q$$

で表され（pは価格、Qは需要量)、この市場はそれぞれ次の費用関数を持つ企業 A と企業 B の 2 企業によって支配されている。

$$C_A = 2Q_A$$
$$C_B = 4Q_B$$

ただし、

C_Aは企業 A の費用、Q_Aは企業 A の生産量、

C_Bは企業 B の費用、Q_Bは企業 B の生産量、

$Q = Q_A + Q_B$である。

(1) クールノー型複占モデルにおける企業Aと企業 B の生産量、価格、利潤をそれぞれ求めよ。

(2) 企業Aを先導者、企業 B を追随者としたとき、シュタッケルベルグ均衡における 2 社の生産量、価格、利潤をそれぞれ求めよ。

2 つの企業の利潤関数が

$$\pi_A = \big(60 - (Q_A + Q_B)\big)Q_A - 2Q_A = -Q_A^2 + (58 - Q_B)Q_A$$
$$\pi_B = \big(60 - (Q_A + Q_B)\big)Q_B - 4Q_B = -Q_B^2 + (56 - Q_A)Q_B$$

企業 A の利潤最大化条件は

$$\frac{\partial \pi_A}{\partial Q_A} = 0 \leftrightarrow Q_A = \frac{58 - Q_B}{2}$$

企業 B の利潤最大化条件は

$$\frac{\partial \pi_B}{\partial Q_B} = 0 \leftrightarrow Q_B = \frac{56 - Q_A}{2}$$

だからクールノー型複占モデルにおける企業 A と企業 B の生産量は

$$\frac{\partial \pi_A}{\partial Q_A} = 0\ and\ \frac{\partial \pi_B}{\partial Q_B} = 0 \leftrightarrow Q_A = 20\ and\ Q_B = 18$$

でありこのとき価格は 22

企業 A の利潤は 22×20 − 2×20 = 400

企業 B の利潤は 22×18 − 4×18 = 324

企業 B の利潤最大化条件こそQ_Aの一変数関数とみなして

$$Q_B(Q_A) = \frac{56 - Q_A}{2}$$

とし、さらに企業 A の利潤関数で

$$Q_B = Q_B(Q_A)$$

が常に成立するのだから

$$\pi_A = \big(60 - (Q_A + Q_B)\big)Q_A - 2Q_A = -Q_A^2 + (58 - Q_B)Q_A = -Q_A^2 + \left(58 - \frac{56 - Q_A}{2}\right)Q_A$$

$$= \frac{1}{2}Q_A^2 - 28Q_A + 58$$

である、ここでシュタッケルベルグ均衡における企業 A の利潤最大化条件は

$$\frac{\partial \pi_A}{\partial Q_A} = 0 \leftrightarrow Q_A = 28$$

このとき

$$Q_B = 14$$

だから価格は 18

企業 A の利潤は 18×28－2×28＝448

企業 B の利潤は 18×18－4×18＝196